

## 基于深度强化学习的图约简方法

陈根鑫<sup>1</sup>, 亓晋<sup>2</sup>, 刘娅利<sup>3</sup>, 高钰<sup>1</sup>, 董振江<sup>4</sup>, 孙雁飞<sup>2</sup>

(1. 南京邮电大学自动化学院, 江苏 南京 210023; 2. 南京邮电大学物联网学院, 江苏 南京 210003;  
3. 南京市大数据安全技术有限公司, 江苏 南京 210001; 4. 南京邮电大学计算机学院, 江苏 南京 210023)

**摘要:** 通用人工智能的发展浪潮驱动着海量数据的生成与处理, 大规模、异构的图数据网络成为数字世界的重要基础。然而, 持续增长的数据规模不仅增加了图数据处理的难度, 也催生了降低图规模并最大化图信息量的需求。现有方法难以协同控制图规模并优化图信息量, 从而限制了图数据分析处理的效果。为响应图数据规模与信息量的均衡调控需求, 提出以规模调控为约束、信息量最大化为目标的图约简问题。具体而言, 设计图融合算法与基于深度强化学习的图约简算法对问题进行求解, 包括节点融合、复合映射等图约简操作与相似度度量方法。实验结果验证了约简算法的均衡调控能力, 与4种算法在特征相似度、图相似度、边信息损失3个评估指标上的对比显示, 该图约简方法可分别取得最低为20.7%、19.9%及26.3%的性能提升。

**关键词:** 图约简; 深度强化学习; 规模调控; 信息量; 相似性

**中图分类号:** TP183; O157.5

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.2096-3750.2026.00406

## Graph reducing method based on deep reinforcement learning

Chen Genxin<sup>1</sup>, Qi Jin<sup>2</sup>, Liu Yali<sup>3</sup>, Gao Yu<sup>1</sup>, Dong Zhenjiang<sup>4</sup>, Sun Yanfei<sup>2</sup>

1. School of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China

2. School of Internet of Things, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China

3. Nanjing Big Data Security Technology Co., Ltd., Nanjing 210001, China

4. School of Computer Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China

**Abstract:** The development wave of general artificial intelligence drives the generation and processing of massive data, and large-scale and heterogeneous graph data networks constitute an important foundation of the digital world. However, the continuously growing scale of data not only increases the difficulty of graph data processing, but also creates the need to reduce graph size and maximize the amount of graph information. Existing methods make it difficult to synergistically control the graph size and optimize the amount of graph information, which limits the effectiveness of graph data analysis and processing. In response to the need for balanced control of graph data scale and information content, the graph reducing problem with scale regulation as the constraint and information maximization as the goal was proposed. Specifically, a graph fusion algorithm and a deep reinforcement learning-based graph reducing algorithm were designed to solve the problem, including graph reducing operations such as node fusion, composite mapping, and methods used for similarity metrics. Experiments verified the balanced regulation ability of the reducing algorithm, and comparisons with four algorithms across three evaluation metrics—feature similarity, graph similarity, and edge information loss—showed that the proposed

收稿日期: 2024-06-12; 修回日期: 2025-07-25

通信作者: 孙雁飞, sunyanfei@njupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (No. 62172235); 江苏省重点研发计划项目 (No. BE2023025); 江苏省高等学校基础科学 (自然科学) 研究项目 (No. 22KJB520028, No. 22KJB520026)

**Foundation Items:** The General Program of the National Natural Science Foundation of China (No. 62172235), The Primary Research and Development Plan of Jiangsu Province (No. BE2023025), The Natural Science Research Project of Jiangsu Higher Education Institutions (No. 22KJB520028, No. 22KJB520026)

graph reduction method could achieve performance improvements of at least 20.7%, 19.9%, and 26.3%, respectively.

**Key words:** graph reducing, deep reinforcement learning, scale regulation, amount of information, similarity

## 0 引言

图结构数据具有丰富的节点与关系特征表征能力，能够从多维度对对象信息进行建模，因而在各个领域得到广泛应用<sup>[1-4]</sup>。有效利用图结构数据信息成为相关应用的关键，最短路径、PageRank、社区发现、图嵌入、图神经网络等多种算法被先后提出，用于在充分提取图数据信息的基础上支持分析与处理<sup>[5-7]</sup>。图信息的完整获取通常需要一次性读取大量的节点与关系特征，或将大量的信息分多次进行抽取，如卷积与循环网络<sup>[8-11]</sup>。注意力机制的应用在一定程度上增强了图信息的获取能力，使模型能够更快、更好地捕捉数据间的关系<sup>[12]</sup>。然而，随着图数据规模的逐渐扩大，大规模图信息的抽取难度骤增，尤其体现在模型能力滞后于处理要求的情况下。同时，差异化的场景与需求对数据信息规模的要求不一致，在数据要素化的趋势下，数据分级应用需要对数据规模进行调控。因此，需要在应用场景预设的数据分析、处理能力或需求下，降低图规模的同时最大化数据信息量，由此产生了新的图数据处理需求和问题。

从图数据结构来看，降低图规模的核心在于减少图数据中的节点或关系，即对图中的节点和边进行合并，采用更小规模的图来表征原图。卷积方法在一定程度上可满足类似要求，该方法通过卷积核在图像上进行移动加权平均操作，能够在降低图规模的前提下提取到高维特征<sup>[13]</sup>。然而，图像数据通常具有固定的邻接关系、相对简单的特征，其信息的高效提取依赖卷积核的设计与使用<sup>[14]</sup>。相比之下，在复杂图数据的处理中，卷积核的选取及其作用方式设计仍然制约着其应用，难以实现图规模与信息量的均衡调控。

针对复杂图规模降低任务，聚类是典型方法之一<sup>[15-17]</sup>。其核心思想是将数据按类别进行划分与合并，以达到“高内聚、低耦合”的目的。K均值聚类(K-means clustering)、高斯混合模型(GMM, Gaussian mixture model)、层次聚类等方法，已在图数据压缩中得到广泛应用<sup>[18-20]</sup>。尽管聚类能够有效降低图规模，但现有方法缺少将约简前后的图距

离转化为图数据信息变化量的机制，与降低图规模并最大化信息量的全局目标存在偏差。图划分方法是降低图规模的另一种途径，其通过切边或切点将图划分为多个部分，如METIS<sup>[21]</sup>和DBH<sup>[22]</sup>，常见的优化目标是最小割和负载均衡。在图划分完成后，合并同一部分中的对象，可以产生降低图规模的效果。尽管如此，图划分也无法达到降低图规模并最大化信息量的目标。相似的还有社区发现方法，如基于模块优化的Newman快速算法和Louvain算法<sup>[23-24]</sup>，其主要目标是在减少划分后子图间连接数的同时，增加图内的节点连接数<sup>[25]</sup>。这类方法虽然能够有效识别图中的社区结构，并间接实现图规模的简化，但仍未系统解决如何在压缩过程中最大限度地保留全局信息这一关键问题。

现有方法尽管在降低图规模方面具有一定成效，但其本质上仍未能有效导向信息量最大化的目标，难以满足图数据的多样化处理需求。在此背景下，本文提出以规模调控为约束、信息量最大化为目标的图约简问题。图约简涉及的多对象排列组合问题可建模为马尔可夫决策过程。由于该过程具有序列决策下的图数据处理问题的高复杂度与强动态性，在求解时既需要多目标、多约束下的迭代优化能力，又需要多特征、非线性的拟合泛化能力，尤其在问题规模扩大时，采用传统的优化方法难以在求解效率和求解质量上取得较好均衡。深度强化学习方法作为人工智能领域的前沿方向，同时具备强化学习的迭代优化与神经网络的拟合泛化能力，其丰富的网络结构可以适应不同规模的约简任务。该方法已在图顶点间最短路径搜索、知识图谱推理与 workflow 调度等方面得到了应用，而图匹配、图注意力等方法也为深度强化学习提供了重要支持，表明图数据处理与深度强化学习方法存在较好的融合应用基础<sup>[26-30]</sup>。因此，为解决图数据规模调控约束下的信息量最大化问题，本文提出一种基于深度强化学习的图约简方法(GRDR, graph reducing method based on deep reinforcement learning)。该方法将图约简过程要素与深度强化学习智能体的环境、奖励与动作进行关联，确保智能体的观测、决策与图约简过程一致，并通过图相似度、特征相似度及边信

息损失3个指标对所提方法进行了验证。

## 1 图约简问题

现有研究中,关于图数据的信息量与规模均衡调控的研究较为有限,且缺乏形式化定义,导致在图分析、处理等相关工作中缺少明确的理论支撑。为弥补这一不足,本文创新性地提出图约简问题。图数据通常由节点及节点间的连接关系(即边)组成,即节点与边集合。节点通过边相互连接,形成一个网络结构,其连接关系通常可用邻接矩阵来表示。图数据的特征主要表现在节点特征、关系特征以及邻接关系上。为此,可将一个图进一步描述为一个四元组  $G = \{N, E, S, D\}$ ,  $N \in \mathbb{R}^n \times m$  表示节点特征矩阵,  $f_a$  表示节点特征维度,  $m$  表示节点数量<sup>[31]</sup>;  $E \in \mathbb{R}^n \times n$  表示边特征矩阵,  $f_b$  表示特征维度,  $n$  表示边的最大数量;  $S \in \{0, 1\}^{m \times n}$  与  $D \in \{0, 1\}^{m \times n}$  共同描述节点和边的对应关系,  $S$  表示边起点矩阵,  $D$  表示边终点矩阵。  $s_{ic}$  表示矩阵  $S$  中第  $i$  行  $c$  列的元素值,  $d_{jc}$  表示矩阵  $D$  中第  $j$  行  $c$  列的元素值。当  $s_{ic} = d_{jc} = 1$  时,表明图中第  $c$  条边由节点  $i$  指向  $j$ 。

图约简的结果是一个节点或边的数量规模更小的图,原图  $G_s$  通过约简可以得到约简图  $G_r$ , 节点和边的数量分别约简至  $m_r$  与  $n_r$  以内。从节点的角度出发,将  $G_s$  中的每个节点视为一个类别,以图中节点序号作为标号,可将  $G_s$  中的节点类别集合表示为  $G_{sm} = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ 。图约简为每个节点指派约简后的节点类别,约简后的融合节点可关联到  $G_s$  的简单节点上,输出指派矩阵  $X_r \in \Theta$ ,  $\Theta$  表示如下:

$$\Theta = \left\{ X_r | X_r \in \{1, 2, 3, \dots, m_r\}^m \right\} \Theta = \left\{ X_r | X_r \in \{1, 2, 3, \dots, m_r\}^m \right\} \quad (1)$$

在  $X_r$  的作用下,  $G_r$  中的节点类别表示为  $G_{rm} = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ , 当  $G_s$  中的节点被指派到同一类别时,将被合并到同类别节点中,合并后的复合节点与  $G_s$  中的多个节点产生关联,在每个  $G_r$  的复合节点中取其向  $G_s$  中简单节点的任一映射,将  $G_s$  与  $G_r$  间的多组映射关系描述为约简矩阵  $X_c \in \Pi$ ,  $\Pi$  表示如下:

$$\Pi = \left\{ X_c | X_c \in \{0, 1\}^{m \times m_r}, X_c 1_{m_r} = 1_m, X_c^T 1_m > 1_{m_r} \right\} \quad (2)$$

其中,  $X_c$  表示各行向量中有且仅有一个元素1、其他元素都为0的矩阵;  $1_{m_r}$  和  $1_m$  分别表示长度为  $m_r$

和  $m$ , 且元素都为1的列向量;  $\Pi$  表示  $G_r$  中的复合节点与  $G_s$  中的简单节点产生一对多的映射关系。

图约简的目的是在约简图规模的基础上最大化信息量,  $G_r$  应最大限度反映  $G_s$  的信息,即二者相似度应最大化。以约简矩阵为基础,可得节点相似度矩阵  $K_p \in \mathbb{R}^{m \times m_r}$ 、边相似度矩阵  $K_q \in \mathbb{R}^{n \times n_r}$ , 组成图相似度矩阵  $K \in \mathbb{R}^{m m_r \times m m_r}$ 。

$$k_{i_1 i_2, j_1 j_2} = \begin{cases} k_{i_1 i_2}^p, i_1 = j_1, i_2 = j_2 \\ k_{c_1 c_2}^q, \Delta \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

$$\Delta = (i_1 \neq j_1, i_2 \neq j_2, s_{i_1 c_1}^1 d_{j_1 c_1}^1 s_{i_2 c_2}^2 d_{j_2 c_2}^2 = 1) \quad (4)$$

其中,  $k_{i_1 i_2}^p$  表示图  $G_s$  中的第  $i_1$  个节点与图  $G_r$  中的第  $i_2$  个节点的相似度;  $c_1$  和  $c_2$  分别表示  $G_s$  中的第  $i_1$  个节点指向第  $j_1$  个节点的边和  $G_r$  中的第  $i_2$  个节点指向第  $j_2$  个节点的边;  $k_{c_1 c_2}^q$  表示图  $G_s$  中的第  $c_1$  条边与图  $G_r$  中的第  $c_2$  条边的相似度;  $s_{i_1 c_1}^1 d_{j_1 c_1}^1$  表示图  $G_s$  中的第  $c_1$  条边的指向;  $s_{i_2 c_2}^2 d_{j_2 c_2}^2$  表示图  $G_r$  中的第  $c_2$  条边的指向。

图约简目标可表示为:

$$\max_{X_c \in \Pi} J_{gr}(X_c) = \text{vec}(X_c)^T K \text{vec}(X_c) \quad (5)$$

s.t.  $m_r \leq m$

其中,  $\text{vec}$  表示矩阵向量化操作, 约束条件指  $G_r$  应当在节点数量或边数量上小于  $G_s$ 。

$G_r$  与  $G_s$  间节点和边的相似度可按实际问题定义。

## 2 基于深度强化学习的图约简方法

针对图约简问题,本文提出一种基于深度强化学习的图约简方法。该方法通过训练一个智能约简模型,实现对复杂图数据规模与信息量的均衡调控。智能图约简过程如图1所示。

由图1可知,该方法以图数据的特征空间作为输入,并构造一个图约简环境。通过智能体与环境的动作交互,获得大量的状态-动作-价值对数据,从而训练图约简模型。经模型的序列约简处理后,原图可转化为约简图。智能图约简的重点在于图中节点的约简方式和多步图约简序列决策的优化方法,即图约简动作模式与基于深度强化学习的图约简算法。

### 2.1 图约简动作模式

针对图约简过程中的节点融合问题,提出一种图约简动作模式,用于支持图约简优化过程。一个

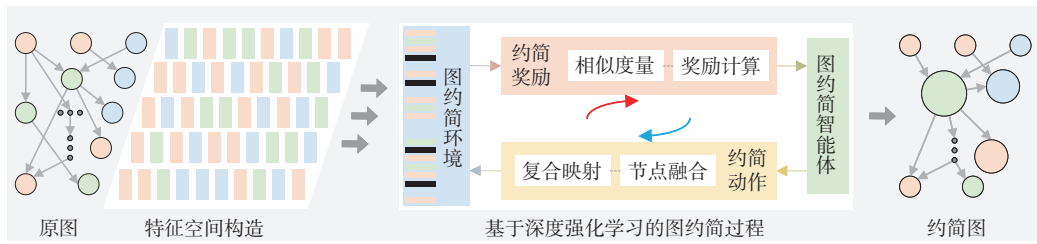


图1 智能图约简过程

简单的图约简示例如图2所示，通过融合A、B、C 3个节点，节点和边的数量减少，图规模降低。一步融合操作后得到的3个约简图规模与信息量不一，在多次操作下结果差异更大。因此，约简方式决定了指定规模下的信息量。

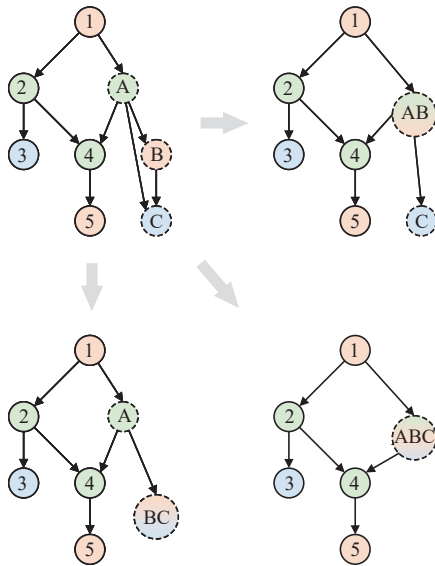


图2 图约简示例

图约简可以通过一步或多步操作实现，即一次融合多个节点或多次融合少量节点。考虑约简优化的难度及自由度，将可选的融合数量设置为2，选中任意两个节点  $N_1$ 、 $N_2$  进行融合，得到复合节点  $N_r$ ，提出双节点融合操作，表示如下：

$$N_r = N_1 \cup N_2 \quad (6)$$

双节点融合虽然能实现节点级的操作，但由于图节点关系的复杂性，任意两个节点的融合操作都可能牵涉到其他节点。尽管节点过滤或针对性的融合机制可以在一定程度上缓解此问题，但也会增加实现难度，且在复杂需求下仍无法避免其他节点的融入问题。因此，在双节点融合操作的基础上，本文进一步提出超融合操作，即在双节点融合的同时融入其他节点集合  $N_o$ ：

$$N_r = N_1 \cup N_2 \cup N_o \quad (7)$$

在多组融合操作下， $G_s$  逐渐转化为满足指定规模要求的  $G_r$ 。在此过程中，如何度量  $G_r$  的信息量，即计算  $G_s$  与  $G_r$  的相似度，是需要考虑的另一问题。图相似度计算的关键在于节点与边的对应关系及其特征匹配，当节点与边包含多维特征时，需处理融合后的节点和边的特征及邻接关系。对于标量特征，可采用最大化、最小化及加权求和等方式进行融合，具体处理方式由实际应用场景定义。对于邻接关系的处理，则涉及约简前后节点之间的映射规则。

一种复合映射示例如图3所示。该示例中，对节点A、B进行了融合，并给出了A映射、B映射及复合映射3种方式及对应的邻接矩阵，框中数字标注了变化位置。在A映射和B映射中，分别将融合后的节点视作原A节点和原B节点，由指定的节点继承其他节点的关系，并将其他节点的关系及融合节点内部的连接消除，得到的A映射和B映射较原图邻接矩阵的邻接关系变化量分别为2和6。这种方式得到的邻接矩阵变化程度差异较大，不利于相似性度量。因此，本文提出复合映射策略：将融合后的节点视为新节点，消除新节点的内部连接，而继承复合节点中所有简单节点的外部邻接关系。在复合映射操作下，对图进一步采用不同的约简操作，可得到如图3右侧所示的两个具体不同邻接关系变化量不同的约简图，从而为图相似性度量提供支持。

在图融合与映射操作的基础上，需要根据多步图约简操作实时更新图的信息，由此提出图融合算法，如算法1所示。

**算法1** 图融合算法

**输入：**原图  $G_s$ ，选中的融合节点  $N_1$ 、 $N_2$ ，超融合规则 **hyper**，标量特征处理规则

**输出：**处理后的图  $G'_s$ 、图节点规模  $m'$

if  $N_1 \in N_r$  and  $N_2 \in N_r$  then

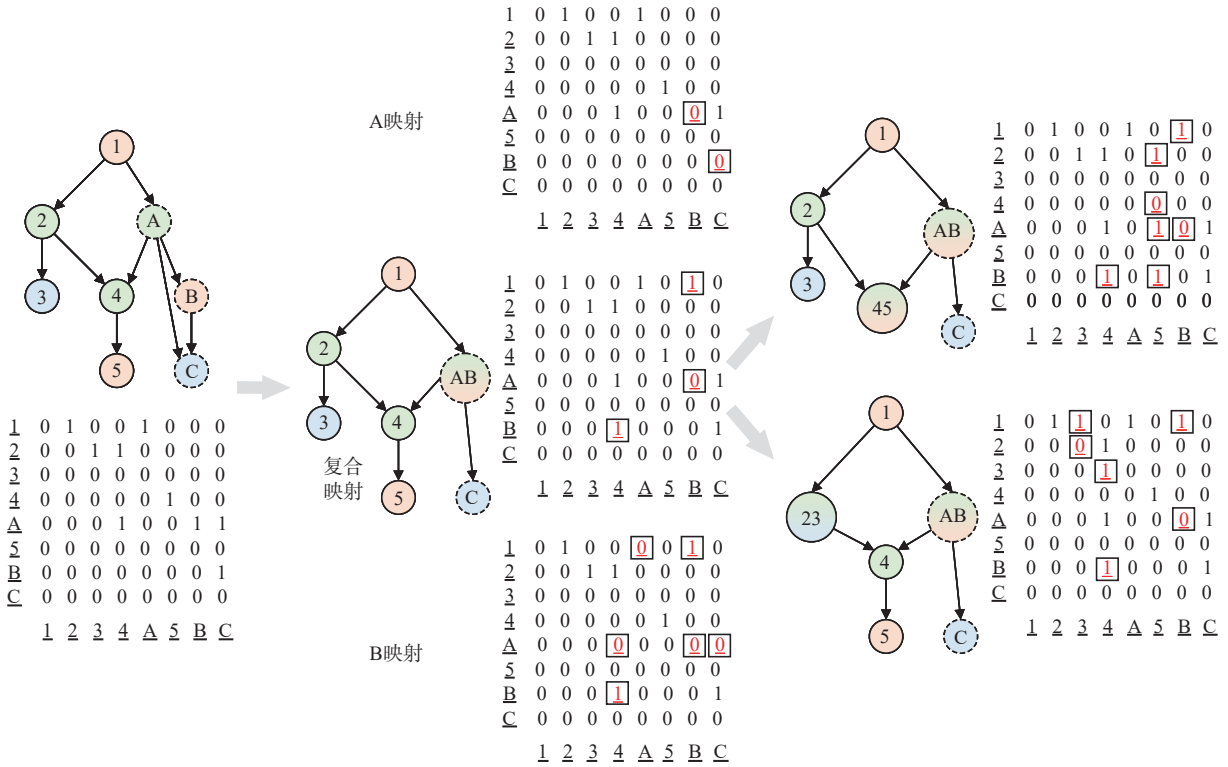


图3 复合映射示例

结束算法

else

根据 hyper 获得融合后的  $N_o$

for  $i \in N_o$  do

采用标量处理规则处理特征;

对节点外部邻接关系进行复制和统一;

消除节点内部的邻接关系;

end for

for  $j \notin N_o$  and  $j \in G_s$  do

对其他节点的邻接关系进行更新;

end for

得到融合后的  $G'_s$

计算融合后的图节点规模  $m'$

end if

算法中的超融合操作规则、标量特征处理规则由图约简任务定义。

## 2.2 基于深度强化学习的图约简算法

针对复杂图信息观测下多步图约简序列决策的优化问题, 本文将图约简过程转化为马尔可夫决策过程, 并提出一种基于深度强化学习的图约简算法。该算法中智能体的状态空间、动作模式与奖励机制定义如下。

### (1) 状态空间

状态空间是智能体观测与决策的信息基础, 需要尽可能全面地反映图约简任务场景的相关信息, 包括图结构信息、图约简目标信息及智能体的动作信息, 从而生成可用于价值判断的状态-动作对。具体而言, 图结构信息主要包括节点特征、边特征及邻接特征, 节点和边的特征可按序排列为特征向量; 邻接特征则可采用邻接矩阵向量化的方式得到数量  $f_{adj}$ 。图约简的目标信息数量  $g_{st}$  和智能体的动作信息数量  $a_s$  可拼接到图特征向量中, 共同构成完整的状态空间维度。状态空间的总维度  $S_a$  可表示如下:

$$S_a = f_a \cdot m + f_b \cdot n + f_{adj} + g_{st} + a_s \quad (8)$$

其中,  $f_{adj}$  可根据图的种类调整;  $g_{st}$  和  $a_s$  由约简任务和动作模式定义, 相应特征可采用多种编码方式。

### (2) 动作模式

动作模式是智能体决策的路径, 需为智能体提供高自由度的状态切换方式。图约简过程主要是一个节点的动态选择过程, 因此智能体需具备选中任意两个节点的自由度。将动作空间设置为大小为  $m$  的离散空间或支持离散映射的连续空间, 节点通过两步选择获取, 由此得到动作模式:

$$A = \begin{cases} \text{选择}, s_{\text{ign}} \leq 1 \\ \text{约简}, s_{\text{ign}} > 1 \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $s_{\text{ign}}$  表示状态空间中记录的当前选择的节点数量, 智能体的每个动作将选择1个节点, 并将对应动作特征标志位更新, 当  $s_{\text{ign}}$  满足数量要求时, 则执行算法1, 并将对应节点的选择标志清除。

### (3) 奖励机制

奖励机制是智能体优化的导向, 需与优化目标进行动态关联。在多步约简中, 还应保证奖励反馈的实时性, 赋予不同的状态-动作对差异化的评价, 避免奖励稀疏。奖励机制设计如下:

$$R = \begin{cases} 0, s_{\text{ign}} \leq 1 \\ -\varepsilon, s_{\text{ign}} = 2, N_1 = N_2 \\ R_{\text{adj}} + R_n + R_e, \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $\varepsilon$  表示大小可调整的正数, 用于确保智能体正确执行约简动作。 $R_{\text{adj}}$  表示与关系相似度关联的奖励,  $R_n$  与  $R_e$  表示与节点和边特征相似度关联的奖励。当智能体仅选择节点时, 返回的奖励值为0。当选中的两个节点相同或属于同一复合节点时, 返回负奖励。当选中的节点满足融合条件时, 返回与图相似度关联的奖励。特征相似度与奖励权重可按需调整, 相关奖励定义如下:

$$R_{\text{adj}} = -\frac{n_{\text{nr}} - n_{\text{or}}}{n} \quad (11)$$

$$R_n = -\text{Scaling}(d_{\text{in}-n}) \quad (12)$$

$$R_e = -\text{Scaling}(d_{\text{ic}-e}) \quad (13)$$

其中,  $n_{\text{or}}$  为上一步约简后相较原图发生变化的邻接关系数量,  $n_{\text{nr}}$  为当前步约简后相较原图发生变化的邻接关系数量。 $R_{\text{adj}}$  的计算方式表明,  $G_R$  相较  $G_S$  的邻接关系变化越大, 智能体奖励越低, 因此,  $G_R$  需要尽可能多地避免邻接关系发生改变。 $d_{\text{in}-n}$  和  $d_{\text{ic}-e}$  表示当前约简步后的复合节点和边的特征与约简前的多个简单节点边和特征的距离,  $\text{Scaling}$  为归一化操作。约简后相应对象的特征距离越小, 则相似度越高, 智能体的奖励值越大。

在此设置下, 融合离散版本的 Soft Actor-Critic 算法, 提出基于深度强化学习的图约简算法, 如算法2所示。该算法首先通过样本探索与利用优化得到图约简模型, 再采用模型对原图  $G_S$  进行约简, 最终输出约简后的图  $G_R$ 。

### 算法2 基于深度强化学习的图约简算法

输入: 原图  $G_S$  的状态空间  $\mathcal{S}$ , 目标约简规模  $m_r$ , 总

探索步数  $s_{\text{umst}}$ , 回合步数上限  $s_{\text{tep}}$

输出: 约简图  $G_R$

$j = 0$ ;

for  $j < s_{\text{umst}}$  do

$i = 0$ ;

for  $i < s_{\text{tep}}$  do

随机生成用于训练的图  $G_S^T$ ;

随机执行图约简动作, 获得状态-动作-价值对;

if  $m' \leq m_r$  then

重新生成图  $G_S^T$ ;

end if

$i += 1$ ;

end for

$j += i$ ;

抽取样本, 训练图约简模型;

end for

$k = 0$ ;

for  $k < s_{\text{tep}}$  do

采用训练好的模型处理  $G_S$ ;

if  $m' \leq m_r$  then

输出处理后的约简图  $G_R$ ;

end if

end for

## 3 实验验证与分析

### 3.1 实验设置

针对图约简过程中的图数据生成与操作需求, 本文构建了一个图数据生成仿真环境。该环境能够按需随机生成具有任意规模、节点特征和邻接关系的图数据。将生成的图设置为有向无环图, 节点伴随特征  $f_A$  与  $f_B$ 。生成的图默认连接强度随机、特征值默认在区间内均匀采样、约简目标规模随机, 特征权重通过区间上限压缩实现。

连接强度与图中的边数量正相关。默认情况下, 邻接矩阵中每个节点可连接其后的每一个节点, 按比例控制可连接的节点上限数量, 可有效控制边的数量, 从而调节图的连接强度。在连接强度由高到低的情况下, 将节点连接上限分别除以1、2、3、4, 默认条件下随机选择连接强度。按图约简问题的定义, 约简目标规模须小于原图规模。

在模型训练中, 将对生成的任意有向无环图进

行图约简操作。融合节点特征处理规则分别为求和与取最小值，超融合规则为融合两点间有向路径中的所有节点，防止无环图变为有环图。在奖励中仅设置 $R_{adj}$ 与 $R_n$ ， $R_n$ 为 $f_A$ 与 $f_B$ 对应的奖励 $R_{n1}$ 与 $R_{n2}$ 的和，通过数学式表示如下：

$$R_{n1} = -\frac{(m'' - 1) \sum_{i=1}^{m''} (f_{A_i})}{m'' \cdot \max(f_A)} \quad (14)$$

$$R_{n2} = \frac{\sum_{i=1}^{m''} (f_{B_i}) - m'' \cdot \min(f_{B_1}, f_{B_2}, f_{B_3}, \dots, f_{B_{m''}})}{-m'' \cdot \max(f_B)} \quad (15)$$

其中， $m''$ 表示一步操作中融合的简单节点数量。

参数设置见表 1。

表 1		参数设置	
参数	值	参数	值
$m$	8	$m_r$	[3,6]
$s_{tep}$	50	$s_{umst}$	$2^{12}$
$f_A$	[1,10]	$f_B$	[0,10]
$\varepsilon$	-0.1	测试重复次数	200
批处理大小	$2^8$	回放池容量	$2^{17}$
网络宽度	$2^8$	网络深度	3
折扣率	0.95	学习率	$10^{-5}$

在对比方法上，由于图约简的相关研究较少，尚无可直接对比的方法。考虑聚类、图划分与社区发现等研究与图约简有相似之处，均能在降低图规模的基础上保存图信息量。因此，实验选取了聚类算法中的 K-means、GMM 算法，图划分算法中的 METIS 和社区发现算法中的 Louvain 算法进行对比。由于式(11)定义了约简前后邻接关系相似度的计算方法，聚类算法支持全维度的特征计算，而 METIS 和 Louvain 则仅接受邻接特征。

为评价各方法的优劣，采用式(11)、式(14)、式(15)一次性计算图约简过程中与约简动作相关的奖励，用于表示图相似度指标 $G_{rs}$ ：

$$G_{rs} = \sum R_{adj} + R_{n1} + R_{n2} \quad (16)$$

奖励值越大，图相似度越大，由此关联到式(5)的优化目标。以 $\sum R_n$ 为特征相似度指标 $F_{sim}$ ，同时拆取变换出边信息损失指标 $E_{loss}$ ：

$$E_{loss} = \frac{n_n}{n} \quad (17)$$

其中， $n_n$ 表示约简图与原图中邻接关系不相同的边的数量。

在逐渐改变 $G_s$ 邻接关系的情况下 $E_{loss}$ 会变大，而 $E_{loss}$ 越小越好。

图约简模型训练基础环境由 Python3.8 与 Pytorch1.6.0 提供支持，运行仿真环境的主机硬件由 i710700F 2.9 GHz CPU、RTX2070S (8GB) GPU 与 32GB RAM 组成。

### 3.2 模型训练

智能图约简模型的训练曲线如图 4 所示。由图 4 可知，本文设计的奖励机制能够有效引导模型不断提升策略价值。在训练过程中，模型能够逐步学习到好的图约简优化策略，表现为评价奖励逐渐上升，而网络的损失逐渐下降。训练曲线在探索步数为 $1.2 \times 10^6$ 后趋于平稳，表明模型已达到收敛状态。

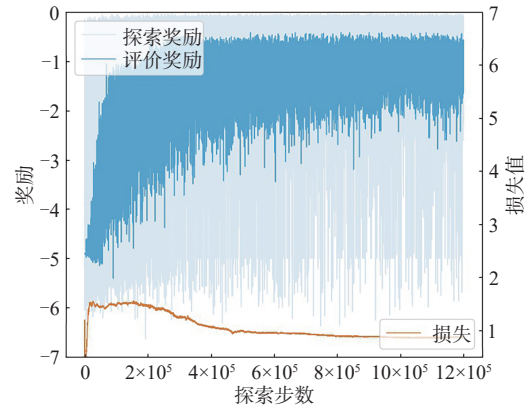


图 4 智能图约简模型的训练曲线

### 3.3 模型测试

基于训练好的图约简模型，本文首先分析了影响测试模型的主要因素。分别在不同约简规模、不同连接强度以及特征权重设置下进行实验，每组实验计算算法在特征相似度、图相似度、边信息损失 3 个评估指标上的平均值和标准差，结果如图 5~图 7 所示。

算法在不同约简规模下的指标变化如图 5 所示。从图 5 可以看出，图约简规模对 3 个指标均有显著影响。随着目标规模的减小，3 个指标均出现

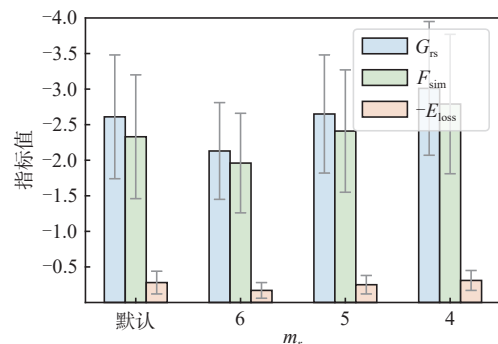


图 5 不同约简规模下的指标变化

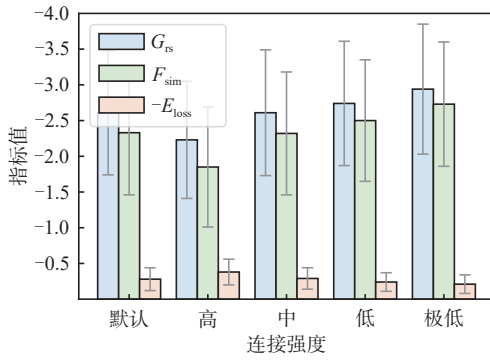


图6 不同连接强度下的指标变化

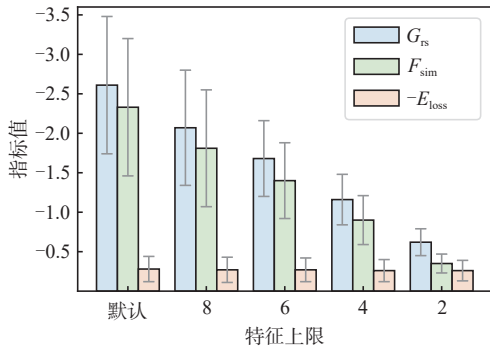


图7 不同特征权重下的指标变化

下降趋势。这与图约简问题的定义一致，因为图规模缩减的同时，其承载的信息量也随之减少。

不同连接强度下的指标变化如图6所示，其呈现出与图5类似的规律。由于超融合规则的存在，在高连接强度下，节点间的路径更丰富，需要融合的节点数量更多，导致相较于低连接强度下发生的邻接关系改变量更大，因此 $E_{loss}$ 随连接强度下降而得到改善。 $F_{sim}$ 则受到特征距离计算方式的支配，在多节点融合下特征距离更近，因此， $F_{sim}$ 随连接强度增长而优化。 $G_{rs}$ 同时受到两个相反变化趋势的影响，但由于 $F_{sim}$ 的权重更高，因此变化规律与其一致。

不同特征权重下的指标变化如图7所示。 $E_{loss}$ 不受特征权重变化的影响，因此无明显变化。 $F_{sim}$ 的绝对值则随特征权重的降低而变小， $G_{rs}$ 也发生了相应的变化，表明模型对图特征权重变化敏感。

### 3.4 对比实验

将本文提出的GRDR算法与K-means算法、GMM算法、METIS算法、Louvain算法进行对比，实验设置与模型测试部分保持一致，结果如下。

默认设置下的算法性能对比如图8所示。图8中，GRDR算法显著优于其他算法，分别在 $G_{rs}$ 、 $F_{sim}$ 和 $E_{loss}$  3个指标上取得了最低为20.7%、19.9%与26.3%

的优势，且稳定性较其他算法更优。优势取得的主要原因在于图约简与聚类、图划分及社区发现等问题的本质上的差异，导致了不同的优化目标。尽管如此，在以数量计算的邻接特征作用下，K-means与GMM可同时捕捉到2种类型的特征，而METIS与Louvain仅能捕捉1种，因此，K-means与GMM的表现优于后两者。

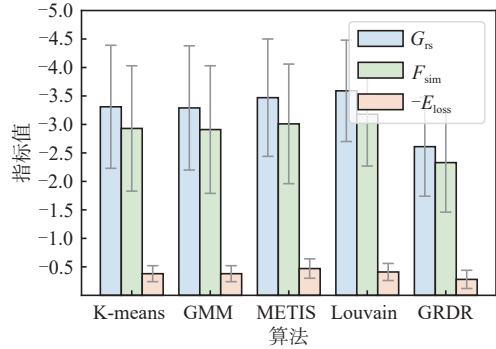


图8 默认设置下的算法性能对比

不同约简规模下的算法性能对比见表2。由表2可知，各算法受约简规模影响较大。随着约简规模的变化，除GRDR算法，其余4种算法在 $G_{rs}$ 指标上的优劣顺序发生变化，METIS与Louvain在 $F_{sim}$ 上的优劣顺序也发生了变化。在 $E_{loss}$ 指标上，其余4种算法均出现了比GRDR更显著的衰减。GRDR在 $G_{rs}$ 与 $E_{loss}$ 指标上均保持了优势，但在目标约简规模较小时， $F_{sim}$ 指标表现不佳。这主要是因为当前的奖励机制赋予 $F_{sim}$ 的权重更低，使得GRDR更加侧重于优化 $E_{loss}$ 指标，这说明在约简规模变小时，应当赋予 $R_n$ 与 $R_e$ 更大的权重，以保障GRDR在 $F_{sim}$ 指标上的优势。

表2 不同约简规模下的算法对比

约简规模	算法	$G_{rs}$	$F_{sim}$	$E_{loss}$
6	K-means	-3.35±1.06	-3.09±1.07	0.27±0.11
	GMM	-3.34±1.01	-3.07±1.01	0.27±0.12
	METIS	-3.65±1.15	-3.35±1.15	0.30±0.12
	Louvain	-3.54±0.96	-3.23±0.96	0.31±0.13
	<b>GRDR</b>	<b>-2.13±0.68</b>	<b>-1.96±0.70</b>	<b>0.17±0.11</b>
4	K-means	-3.17±0.82	-2.72±0.84	0.44±0.14
	GMM	-3.12±0.90	<b>-2.67±0.92</b>	0.45±0.14
	METIS	-3.38±0.87	-2.84±0.87	0.54±0.16
	Louvain	-3.67±0.48	-3.20±0.46	0.48±0.14
	<b>GRDR</b>	<b>-3.10±0.94</b>	-2.79±0.98	<b>0.31±0.14</b>

不同连接强度下的算法性能对比见表3。由表3可知, GRDR在不同连接强度下均能取得优势。当连接强度下降时, 5种算法在 $E_{\text{loss}}$ 上均得到改善, GRDR的改善幅度最大。在更高的连接强度下, GRDR在 $G_{\text{rs}}$ 与 $F_{\text{sim}}$ 上分别取得较其他算法至少16.9%和15%的性能提升; 而在更低的连接强度下, GRDR则在 $E_{\text{loss}}$ 上较其他算法至少获得43.2%的优势。

表3 不同连接强度下的算法性能对比

连接强度	算法	$G_{\text{rs}}$	$F_{\text{sim}}$	$E_{\text{loss}}$
中	K-means	-3.18±1.02	-2.77±1.05	0.41±0.15
	GMM	-3.14±0.99	-2.73±1.02	0.41±0.15
	METIS	-3.44±0.92	-2.95±0.99	0.49±0.19
	Louvain	-3.49±0.83	-3.08±0.56	0.42±0.15
	<b>GRDR</b>	<b>-2.61±0.88</b>	<b>-2.32±0.86</b>	<b>0.29±0.15</b>
极低	K-means	-3.44±1.05	-3.09±1.08	0.36±0.14
	GMM	-3.38±0.99	-3.02±1.01	0.36±0.15
	METIS	-3.61±1.07	-3.15±1.11	0.45±0.21
	Louvain	-3.68±0.82	-3.31±0.86	0.37±0.17
	<b>GRDR</b>	<b>-2.94±0.91</b>	<b>-2.73±0.87</b>	<b>0.21±0.13</b>

不同特征权重下的算法对比见表4。从表4可以看出, GRDR在不同特征权重下均能取得优势。各算法在 $E_{\text{loss}}$ 上无明显变化, 而在 $F_{\text{sim}}$ 上, GRDR与METIS随特征上限变化后发生同比例变化, 其他3种算法则在比例作用下发生了小幅偏移。

表4 不同特征权重下的算法性能对比

特征上限	算法	$G_{\text{rs}}$	$F_{\text{sim}}$	$E_{\text{loss}}$
8	K-means	-2.55±0.82	-2.18±0.83	0.36±0.13
	GMM	-2.52±0.81	-2.15±0.81	0.37±0.14
	METIS	-2.77±0.79	-2.32±0.82	0.45±0.18
	Louvain	-2.95±0.69	-2.54±0.72	0.41±0.16
	<b>GRDR</b>	<b>-2.07±0.73</b>	<b>-1.81±0.74</b>	<b>0.27±0.16</b>
4	K-means	-1.41±0.41	-1.05±0.40	0.38±0.15
	GMM	-1.40±0.38	-1.02±0.37	0.37±0.14
	METIS	-1.61±0.39	-1.16±0.42	0.46±0.17
	Louvain	-1.59±0.36	-1.19±0.35	0.40±0.15
	<b>GRDR</b>	<b>-1.16±0.32</b>	<b>-0.90±0.31</b>	<b>0.26±0.14</b>

综上所述, 尽管对比的4种算法在提出的图约简问题上均能取得一定效果, 但仍然存在与图约简问题脱节的情况, 无法达到较好的图约简指标, 而GRDR相较其他4种算法在3个指标上的优势明显。

## 4 结束语

在数据规模不断增长、数据资源需求日益细化的趋势下, 图数据分析与处理算法的能力拓展显得尤为重要。针对图数据规模与信息量的自适应均衡优化需求, 本文从图约简问题的形式化定义出发, 创新性地设计了图约简动作模式与基于深度强化学习的图约简算法。通过训练智能图约简模型, 实现了对图约简问题的高质量求解, 扩展了图数据约简能力维度。实验结果表明, 本文所提出的图约简方法较其他4种对比算法(包括K-means算法、GMM算法、METIS算法、Louvain算法)在特征相似度、图相似度、边信息损失3个评估指标上分别取得了至少20.7%、19.9%和26.3%的性能提升。

未来, 图约简方法的研究可从以下几个方向进一步深入: 大图约简问题、不精确映射下的相似度计算及任务定义的融合规则设计等。此外, 将图约简与其他图分析、处理算法深度融合, 也有望进一步提升方法的综合效能与适用范围。

## 参考文献:

- [1] Tang C, Zheng X, Zhang W, et al. Unsupervised feature selection via multiple graph fusion and feature weight learning[J]. Science China Information Sciences, 2023, 66(5): 152101.
- [2] Nie W Z, Bao Y R, Zhao Y, et al. Long dialogue emotion detection based on commonsense knowledge graph guidance[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2024, 26: 514-528.
- [3] Wang D J, Zhang X, Yin Y Y, et al. Multi-view enhanced graph attention network for session-based music recommendation[J]. ACM Transactions on Information Systems, 2023, 42(1): 1-30.
- [4] Marchand-Maillet S, Chávez E. HubHSP graph: capturing local geometrical and statistical data properties via spanning graphs[J]. Information Systems, 2024, 121: 102341.
- [5] Liu R, Xing P W, Deng Z C, et al. Federated graph neural networks: overview, techniques, and challenges[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2025, 36(3): 4279-4295.
- [6] Yang M J, Wang H Z, Wei Z W, et al. Efficient algorithms for personalized PageRank computation: a survey[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2024, 36(9): 4582-4602.
- [7] 陈子俊, 马德龙, 王一舒, 等. GPPR: 跨域分布式个性化PageRank算法[J]. 软件学报, 2024, 35(3): 1090-1106.  
Chen Z J, Ma D L, Wang Y S, et al. GPPR: cross-geo-distributed personalized PageRank algorithm[J]. Journal of Software, 2024, 35(3): 1090-1106.
- [8] Cong S, Zhou Y. A review of convolutional neural network architectures and their optimizations[J]. Artificial Intelligence Review,

- 2023, 56(3): 1905-1969.
- [9] Feng J, Yang L T, Ren B C, et al. Tensor recurrent neural network with differential privacy[J]. *IEEE Transactions on Computers*, 2024, 73(3): 683-693.
- [10] Lin W Y, Zhang Y F, Dai W R, et al. Scene graph lossless compression with adaptive prediction for objects and relations[J]. *ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications, and Applications*, 2024, 20(7): 1-23.
- [11] Gao M S, Yu J, Yang Z F, et al. A physics-guided graph convolution neural network for optimal power flow[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2024, 39(1): 380-390.
- [12] 王继禾, 吴颖, 迟恒喆, 等. 基于Transformer结构增强的神经网络架构搜索性能预测器[J]. *计算机学报*, 2024, 47(7): 1469-1484. Wang J H, Wu Y, Chi H Z, et al. An architecture-enhanced performance predictor for transformer-based NAS[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2024, 47(7): 1469-1484.
- [13] Verma T, Le Dinh L, Tan N, et al. RLPeri: accelerating visual perimetry test with reinforcement learning and convolutional feature extraction[J]. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2024, 38(20): 22401-22409.
- [14] Chen Y P, Dai X Y, Liu M C, et al. Dynamic convolution: attention over convolution kernels[C]//*Proceedings of the 2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. Piscataway: IEEE Press, 2020: 11027-11036.
- [15] Li H J, Feng Y H, Xia C Y, et al. Overlapping graph clustering in attributed networks via generalized cluster potential game[J]. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data*, 2023, 18(1): 1-26.
- [16] Yang B, Zhang X T, Wu J H, et al. Fast multiview anchor-graph clustering[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2025, 36(3): 4947-4958.
- [17] Zhao H, Yang X, Deng C. Parameter-agnostic deep graph clustering[J]. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data*, 2024, 18(3): 1-20.
- [18] 吕佳, 邱小龙. 基于K-means聚类和特征空间增强的噪声标签深度学习算法[J]. *智能系统学报*, 2024, 19(2): 267-277. Lyu J, Qiu X L. A noisy label deep learning algorithm based on K-means clustering and feature space augmentation[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2024, 19(2): 267-277.
- [19] Li G H, Wang Z K, Zhang Q F, et al. Offline and online objective reduction via Gaussian mixture model clustering[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2023, 27(2): 341-354.
- [20] 金秋, 林馥, 裴斐. 基于层次聚类的敏感信息安全过滤模型研究[J]. *计算机仿真*, 2023, 40(10): 296-299, 320. Jin Q, Lin F, Pei F. Research on security filtering model of sensitive information based on hierarchical clustering[J]. *Computer Simulation*, 2023, 40(10): 296-299, 320.
- [21] Karypis G, Kumar V. A fast and high quality multilevel scheme for partitioning irregular graphs[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1998, 20(1): 359-392.
- [22] Xie C, Yan L, Li W J, et al. Distributed power-law graph computing: theoretical and empirical analysis[C]//*Proceedings of the 28th International Conference on Neural Information Processing Systems*. Cambridge, MA: MIT Press, 2014:1673-1681.
- [23] Newman M E J. Fast algorithm for detecting community structure in networks[J]. *Physical Review E*, 2004, 69(6): 066133.
- [24] Blondel V D, Guillaume J L, Lambiotte R, et al. Fast unfolding of communities in large networks[J]. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008, 2008(10): P10008.
- [25] Fortunato S. Community detection in graphs[J]. *Physics Reports*, 2010, 486(3-5): 75-174.
- [26] 王扬, 陈智斌, 杨笑笑, 等. 深度强化学习结合图注意力模型求解TSP问题[J]. *南京大学学报(自然科学)*, 2022, 58(3): 420-429. Wang Y, Chen Z B, Yang X X, et al. Deep reinforcement learning combined with graph attention model to solve TSP[J]. *Journal of Nanjing University (Natural Science)*, 2022, 58(3): 420-429.
- [27] He Q, Wang Y, Wang X W, et al. Routing optimization with deep reinforcement learning in knowledge defined networking[J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2024, 23(2): 1444-1455.
- [28] Zhang J D, He Z X, Chan W H, et al. DeepMAG: deep reinforcement learning with multi-agent graphs for flexible job shop scheduling[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2023, 259: 110083.
- [29] Wang H, Li S Y, Pan R, et al. Incorporating graph attention mechanism into knowledge graph reasoning based on deep reinforcement learning[C]//*Proceedings of the 2019 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing and the 9th International Joint Conference on Natural Language Processing (EMNLP-IJCNLP)*. Stroudsburg, PA, USA: ACL, 2019: 2623-2631.
- [30] Chen G X, Qi J, Gao Y, et al. DGTRL: deep graph transfer reinforcement learning method based on fusion of knowledge and data[J]. *Information Sciences*, 2024, 658: 120019.
- [31] Zhou F, De la Torre F. Factorized graph matching[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, 38(9): 1774-1789.

#### [作者简介]



陈根鑫(1997-), 男, 南京邮电大学自动化学院博士生, 主要研究方向为图算法、深度强化学习和云计算。



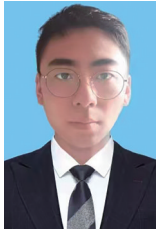
元晋(1983-), 男, 博士, 南京邮电大学物联网学院教授、博士生导师, 主要研究方向为工业互联网、大数据智能处理和区块链。



刘娅利(1998-), 女, 南京市大数据安全技术有限公司工程师, 主要研究方向为网络空间安全、人工智能和漏洞检测。



董振江(1970-), 男, 南京邮电大学计算机学院教授、博士生导师, 主要研究方向为人工智能大模型、区块链、车联网、计算机视觉和信息安全。



高钰(1996-), 男, 南京邮电大学自动化学院博士生, 主要研究方向为工业互联网、数据挖掘和知识推理。



孙雁飞(1976-), 男, 南京邮电大学物联网学院研究员、博士生导师, 主要研究方向为工业互联网、工业智能、大数据管理与分析和高性能计算。